

Ενδεικτική πρόταση¹
για μια επανάληψη βασικών γνώσεων
στις απόλυτες τιμές πραγματικών αριθμών
(Άλγεβρα Α΄ Λυκείου)

Του Δημητρίου Ντρίζου
Σχολ. Συμβ. Μαθηματικών

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά έτσι, ώστε να προκύπτουν αληθείς μαθηματικές προτάσεις:

- α) Ισχύει $|x| = x$ μόνον όταν
- β) Ισχύει $|x| = -x$ μόνον όταν
- γ) Ισχύει $|x \cdot y| = x \cdot y$ μόνον όταν οι αριθμοί x και y είναι
- δ) Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς x και y , με $y \neq 0$,
ισχύει $\left| \frac{x}{y} \right| = \dots\dots$
- ε) Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει $|x \cdot y| = \dots\dots$
- στ) Ισχύει $|x \cdot y| = -x \cdot y$ μόνον όταν οι αριθμοί x και y είναι
- ζ) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει $|x|^2 = \dots\dots$
- η) Ισχύει $|x| = 0 \Leftrightarrow \dots\dots$
- θ) Για όλους τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει $|x + y| \leq \dots\dots$

¹ Μια πρόταση διδακτικής διαχείρισης της απόλυτης τιμής πραγματικού αριθμού στο πλαίσιο της γεωμετρικής εποπτείας περιγράφεται σε άρθρο του υπογράφοντος: *Η γεωμετρική εποπτεία στην παρουσίαση της Απόλυτης Τιμής – Μια πρόταση για την επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων με απόλυτες τιμές στην Α΄ Λυκείου* [έχει δημοσιευτεί στο περιοδικό *Ευκλείδης γ΄*, (2000) τχ. 53-54, αλλά και στο περιοδικό *Μαθηματική Έκφραση* (2002) τχ. 4, με ορισμένες προσθήκες]. Το εν λόγω άρθρο είναι αναρτημένο στην ιστοσελίδα <http://dide.tri.sch.gr/>, στην επιλογή Σχολ. Σύμβ. Μαθηματικών.

ι) Για κάθε πραγματικό αριθμό x και θετικό θ ισχύουν:

i. $|x| = \theta \Leftrightarrow \dots$

ii. $|x| \leq \theta \Leftrightarrow \dots$

iii. $|x| \geq \theta \Leftrightarrow \dots$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $x < 5$ τότε $|x - 5| = 5 - x$

β) Αν $y > 8$ τότε $|y - 8| = y - 8$

γ) Αν $9 > z$ τότε $|z - 9| = z - 9$

δ) Αν α και β αρνητικοί, τότε $|\alpha + \beta| = -\alpha - \beta$

ε) Αν $\gamma < 0 < \delta$ τότε $|\gamma \cdot \delta| = \gamma \cdot \delta$

στ) Αν $\varepsilon < 0 < \zeta$ τότε $\left| \frac{\varepsilon}{\zeta} \right| = -\frac{\varepsilon}{\zeta}$

ζ) $|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$

η) Αν οι αριθμοί x και y είναι αρνητικοί, τότε $|x \cdot y| = -x \cdot y$

θ) Αν $-10 \leq x \leq 10$ τότε $|x| \leq 10$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $|6x - 5| = 25$ β) $|3 - 8x| = 13$ γ) $|4x + 44| = 0$

δ) $|50x - 1000| = 0$ ε) $|6x + 7| = -8$ στ) $|11x - 12| = 21$

ζ) $|2x - 5| = |9x + 16|$ η) $|5x - 1| = |3x + 11|$ θ) $|x - 3| = |x|$

$$\iota) \quad 4 \cdot |5 - x| - 1 = 7 + 2 \cdot |5 - x|$$

$$\kappa) \quad \frac{|x - 2|}{4} - \frac{3}{5} = \frac{|2 - x|}{10} + 3$$

$$\lambda) \quad \frac{|x - 8|}{3} = \frac{|8 - x|}{10}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4^η

Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\alpha) \quad |3x - 8| < 4 \qquad \beta) \quad |8 - 5x| \leq 12 \qquad \gamma) \quad |2 - 7x| \geq 16$$

$$\delta) \quad |12x - 1| > 23 \qquad \epsilon) \quad 2 \cdot |3x - 4| > 34 \qquad \sigma\tau) \quad |6 - 25x| < -1$$

$$\zeta) \quad |17 - 25x| \leq 8 \qquad \eta) \quad 5 \cdot |x - 4| < 2 \cdot |4 - x| + 21$$

$$\theta) \quad |4 - 9x| \leq 0 \qquad \iota) \quad |10 - x| > 0 \qquad \kappa) \quad |10 - x| \geq 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 5^η

1. Έστω η εξίσωση $|x - 10| + |x - 20| + |x - 30| = 0$

Να βρείτε άμεσα πόσες ρίζες έχει η εξίσωση αυτή, χωρίς να προσπαθήσετε να την λύσετε με τον γνωστό συνήθη τρόπο.

Υπόδειξη: Σκεφτείτε καταρχήν τι σημαίνει ότι ένας αριθμός είναι ρίζα κάποιας εξίσωσης.

2. Έστω η εξίσωση $|x - 4| = |x - 8|$

Να βρείτε άμεσα τη ρίζα της, σύμφωνα με την γεωμετρική ερμηνεία που αποδίδουμε στην απόλυτη τιμή της διαφοράς δύο πραγματικών αριθμών.

3. Στον άξονα των πραγματικών αριθμών σημειώστε τη θέση δύο αριθμών α και β με $\alpha < \beta$. Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τη θέση των αριθμών $\alpha - \beta$ και $\beta - \alpha$ στον παραπάνω άξονα. ■